

《大学数学》

曹军
理学院数学系



课程介绍

在本课程中，我们将学习近代数学发展的三门基础学科：

1. **微积分**
2. **线性代数**
3. **概率统计**

的主要基本内容。

课程的主要目的为在文科学生中普及大学数学基础知识，介绍数学的思想、方法以及它们的应用。为他们以后的学习工作提供必要的数学基础。

1 数学是什么？

2 为什么要学习数学？ 3 课程安排



1 数学是什么？

数量 · 结构 · 空间 · 变化

柯尼斯堡七桥问题

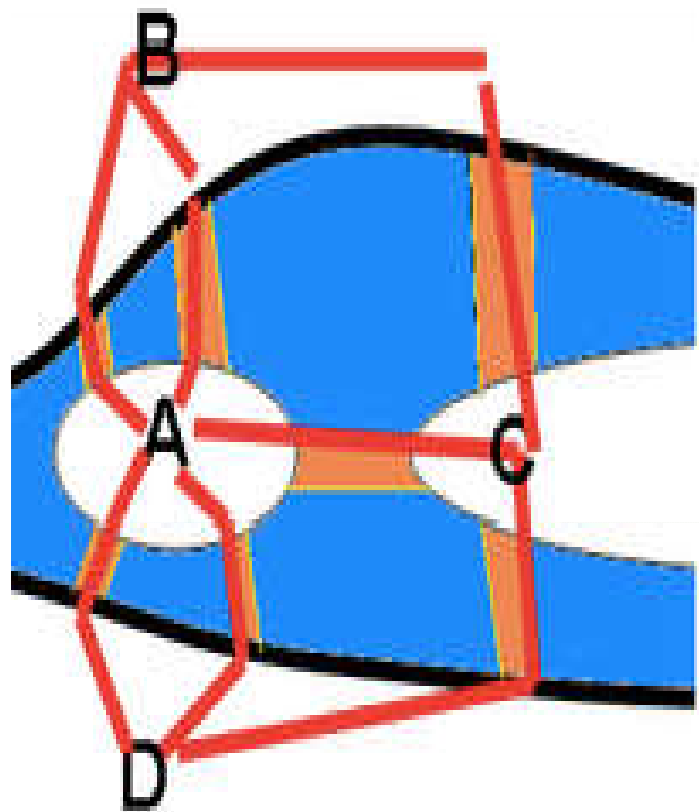


图 (一)

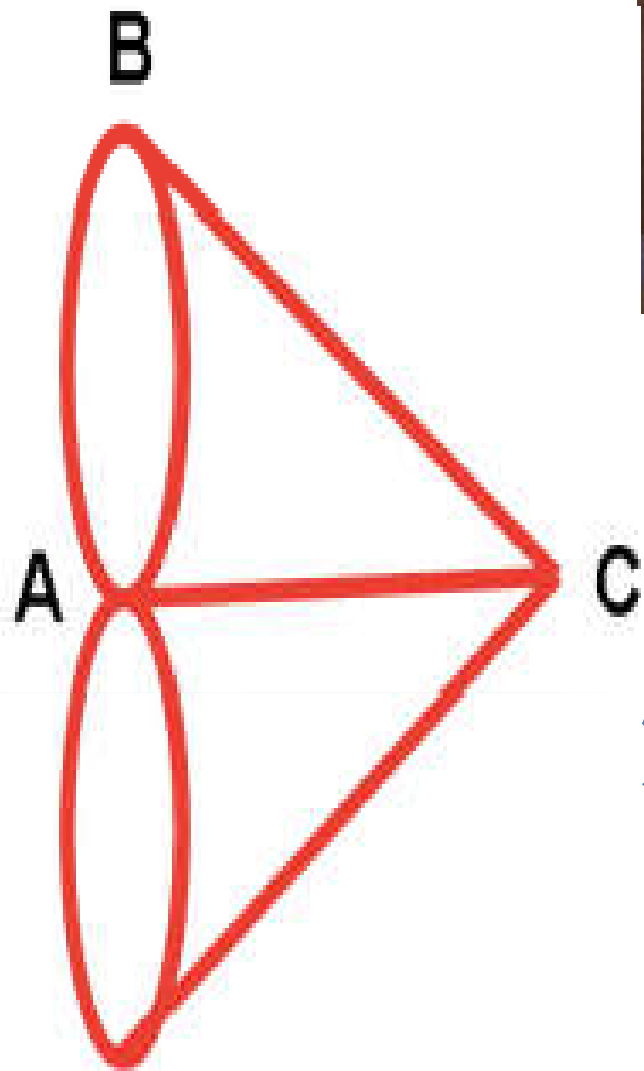



图 (二)

所有的点都是偶点。
只有二个奇点的图形

《图论》

The image features a dense, intricate network of nodes and connections. The nodes are represented by circles of varying sizes and shades of gray, ranging from small, light gray dots to large, solid black circles. These nodes are interconnected by a web of thin, light gray lines, creating a complex, interconnected structure. Overlaid on this network is a prominent yellow rectangular box with a black border, containing the Chinese characters '神经网络' (Neural Network) in a bold, blue, sans-serif font. The overall aesthetic is technical and digital, suggesting a focus on artificial intelligence or data science.

神经网络



“好奇心造就科学家和诗人。”

-----法国作家 法朗士

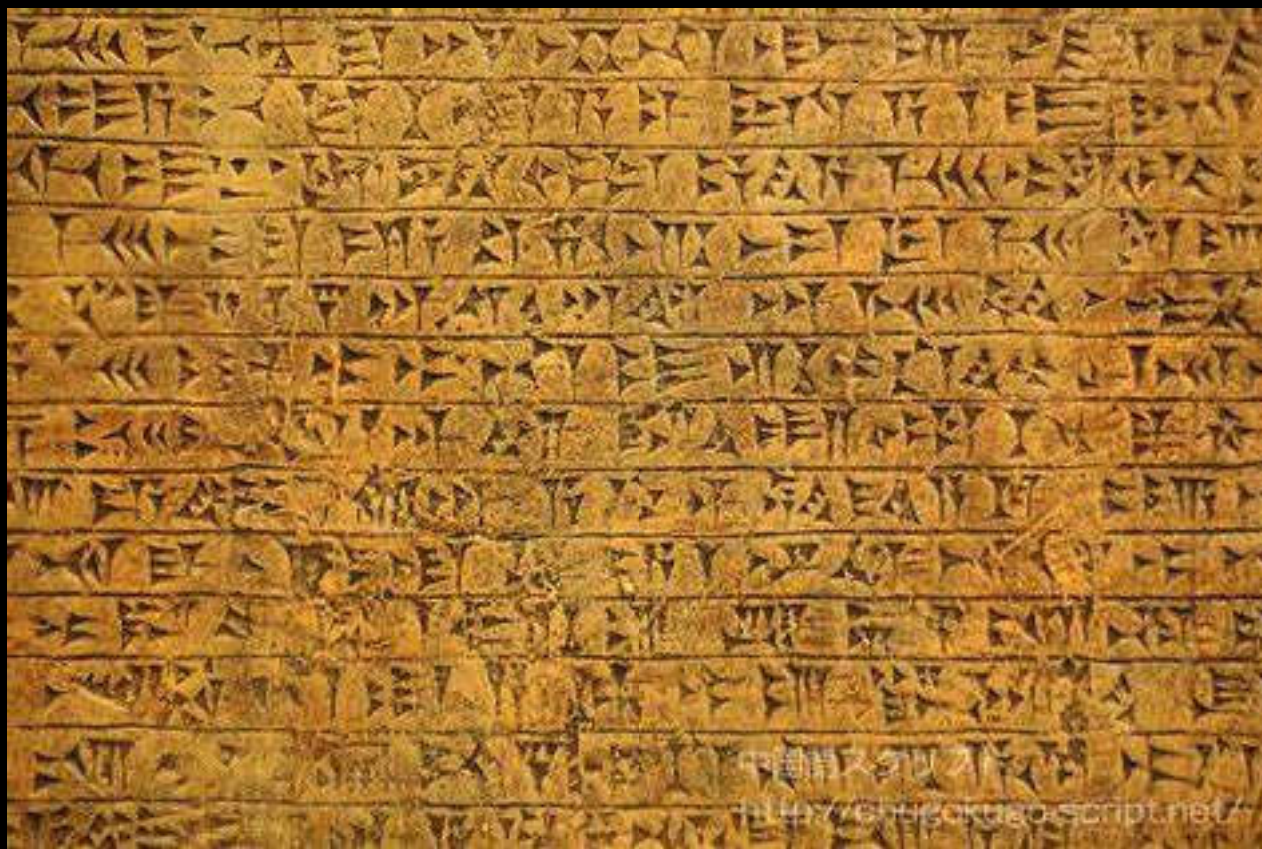
A large blue cross is centered on a white background. The cross is composed of four blue rectangular arms. In the center of the cross is a white rectangular box with a black border. The text "那么，数学到底是什么？" is written inside this box. The character "数" has a small yellow circle on its left side. The box has a dashed line on its right side that curves downwards and ends in a small circle.

那么，数学到底是什么？

古巴比伦与古埃及数学



公元前三千年左右



《楔形泥板》：出现了16进制计数



《兰德纸草书》：出现了一些简单几何图形的面积计算公式

巴比伦人与埃及人的数学

知识



观察



古希腊数学

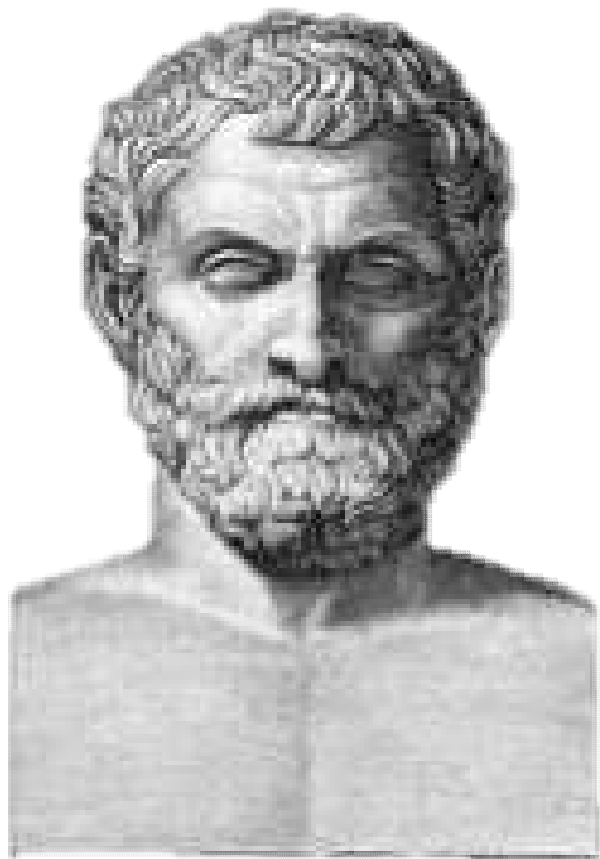


公元前500年左右

古代希腊



泰勒斯



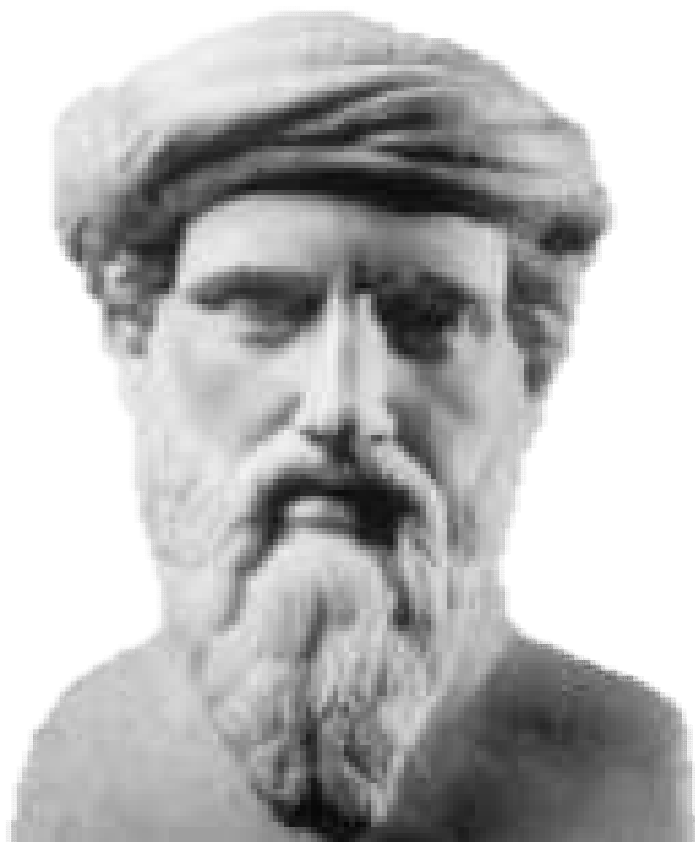
知识

演绎

观察



毕达哥拉斯

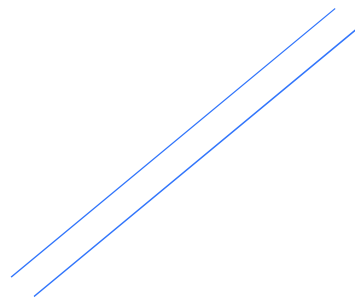


知识

数学演绎

观察

“万物皆数”



柏拉图

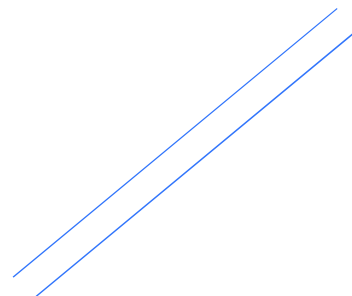
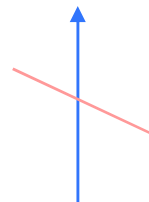


知识

数学演绎

观察

《理想国》



第一次数学危机



知识

演绎

观察

$\sqrt{2}$

任意两条线段，
总可以找到一条更短的线段
能把二者都量尽

亚里士多德

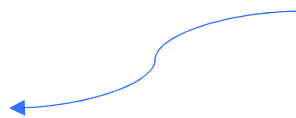


知识

演绎

观察

三段论



三段论的小例子---被吞食的大象 《数学万花筒2》。已知：

1. 大象总是穿粉红色裤子
2. 所有吃蜂蜜的动物都会吹风笛
3. 任何容易被吞食的动物都吃蜂蜜
4. 穿粉色裤子的动物都不会吹风笛

因此，**大象容易被吞食**！请问这一推理过程正确吗？

欧几里得



知识

演绎

观察

《几何原本》

三段论

公理体系



中世纪数学





刘徽:《九章算术》



秦九韶:《数书九章》

300 AD

400 AD

1200 AD

1200 AD



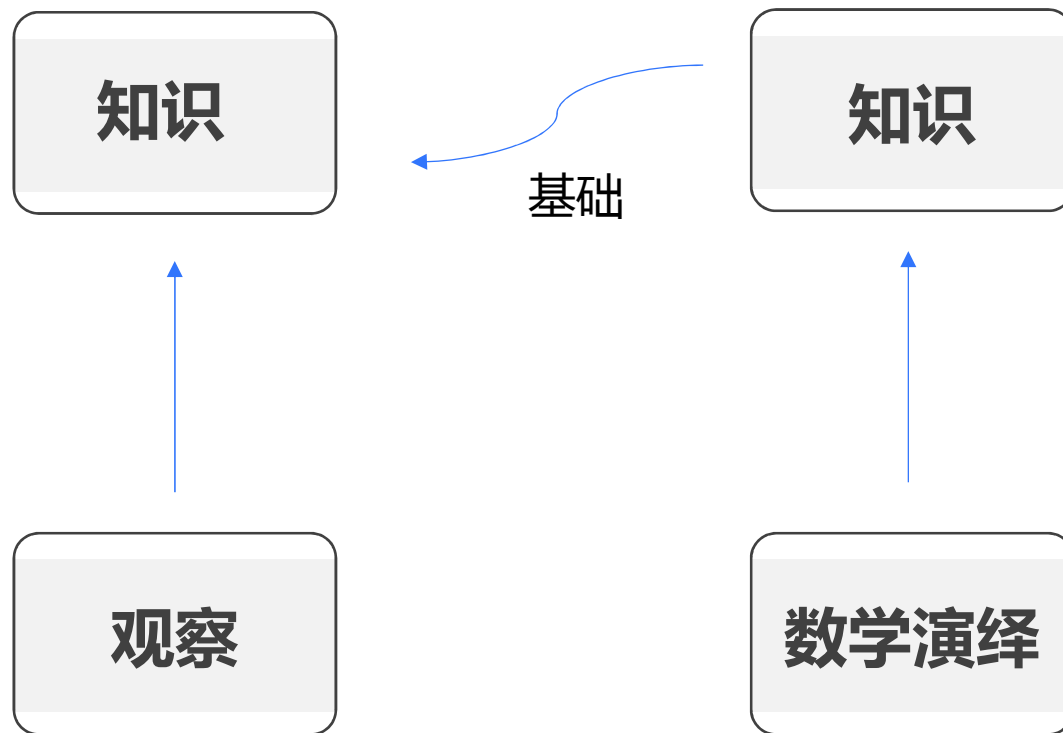
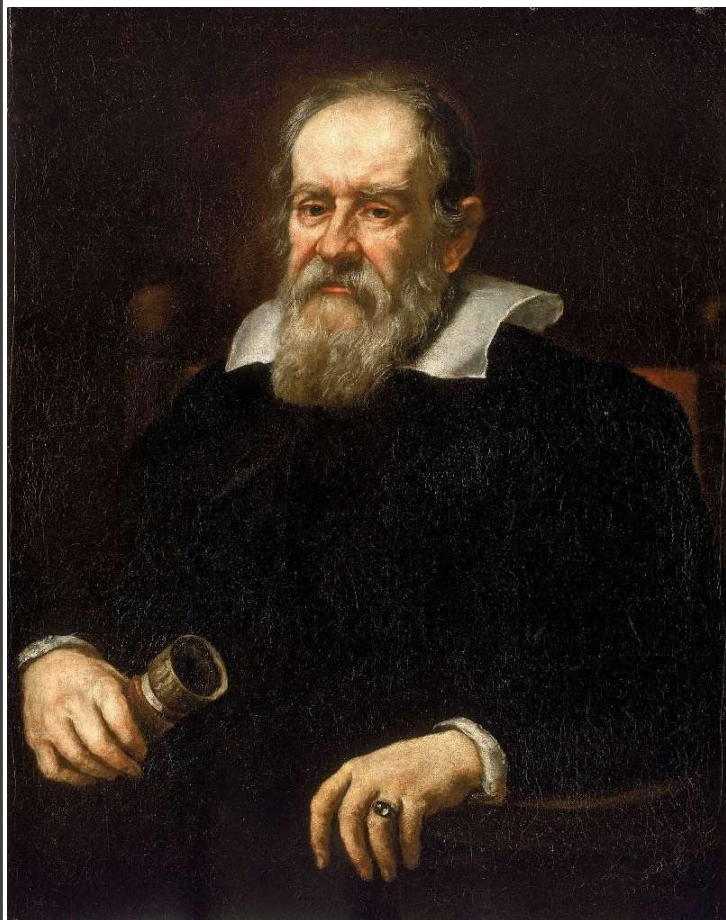
祖冲之: 圆周率



杨辉: 杨辉三角, 幻方

章

伽利略

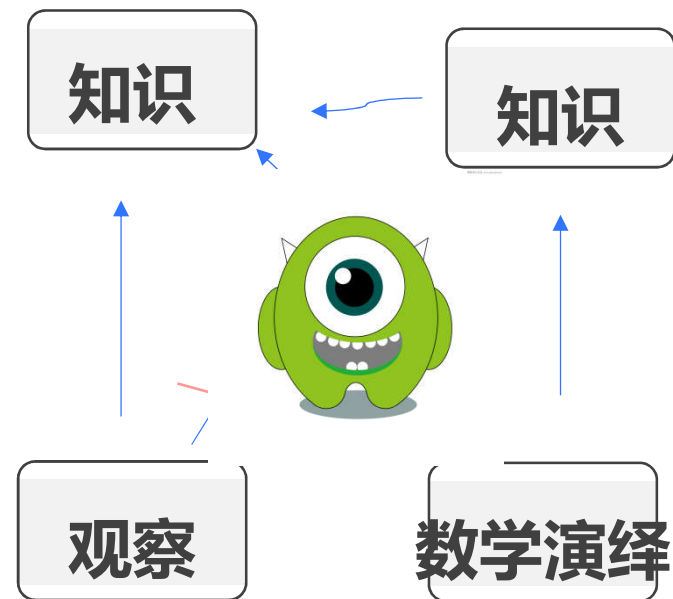
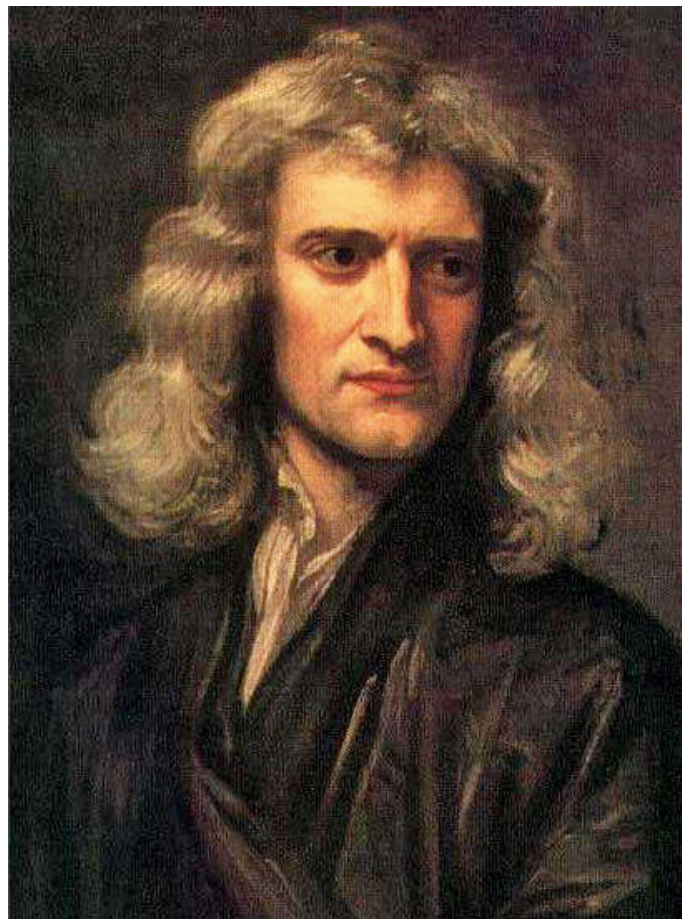


“自然这本书是用数学书写的”

17世纪的数学



牛顿与莱布尼茨



贝克莱主教与数学史的第二次危机



“消失的幽灵”

$$\therefore \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{f(x_0 + \Delta x) - f(x_0)}{\Delta x} = f'(x_0)$$

$$\therefore \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{f(x_0 - \Delta x) - f(x_0)}{-\Delta x} = f'(x_0)$$

$$\begin{aligned} &\therefore \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{f(x_0 - \Delta x) - f(x_0)}{\Delta x} \\ &= - \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{f(x_0 - \Delta x) - f(x_0)}{-\Delta x} = -f'(x_0) \end{aligned}$$

柯西与维尔斯特拉斯



Weierstrass

ϵ - δ 语言

十八、九世纪的数学



乐美图

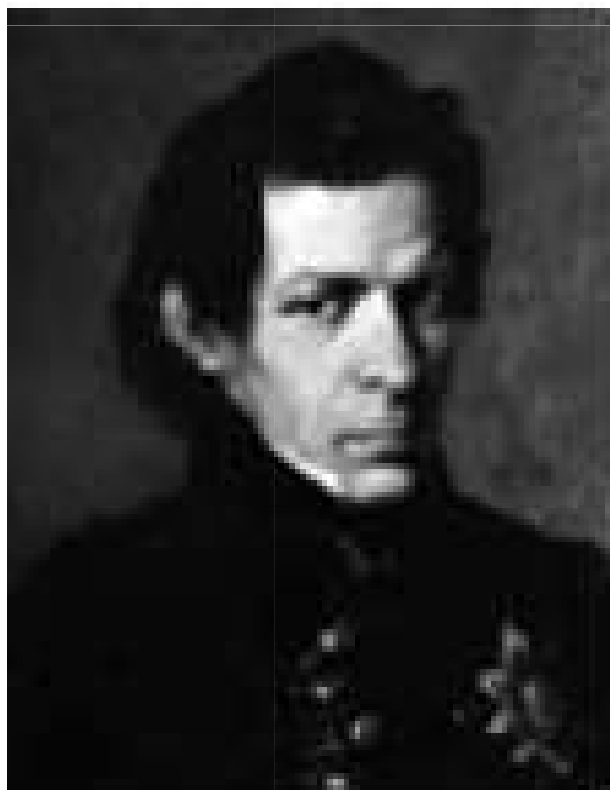


希尔伯特与公理化运动



“给定一个公理体系，如果它足够完整，相容，那么由此出发就可以推导出所有的在该体系内逻辑上自相容的结论”

非欧几何



“欧几里得第五公设”

庞加莱

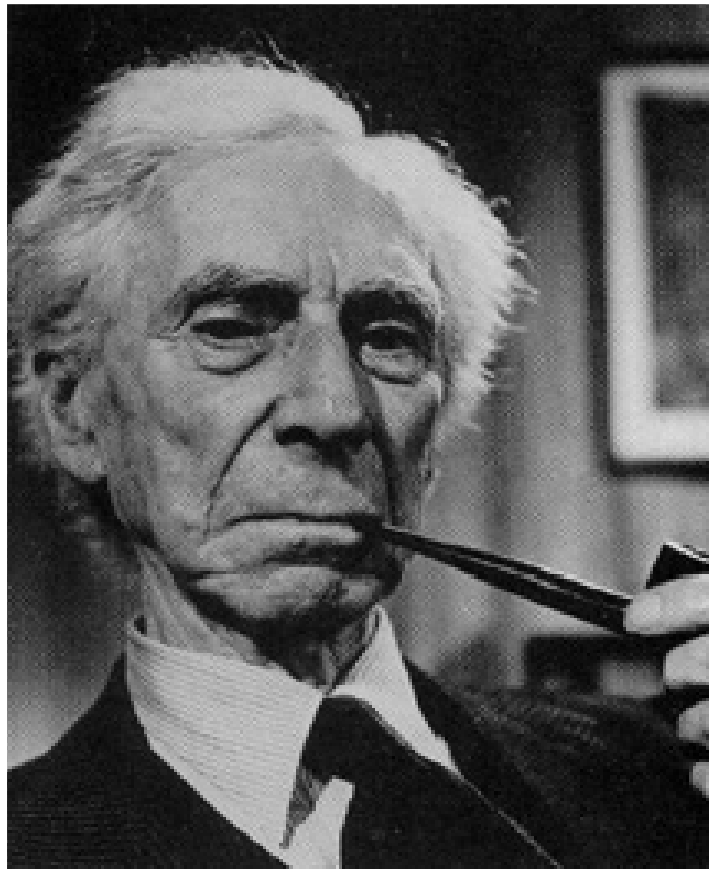


POINCARÉ (Henri)
1854-1912
Célèbre Mathématicien
Auteur de la découverte
des fonctions fuchsienues
Né à Nancy



**“今天我们可以宣称：
完全严格性已经达到了”**

罗素与第三次数学危机



罗素悖论

理发师悖论. 某理发师发誓:

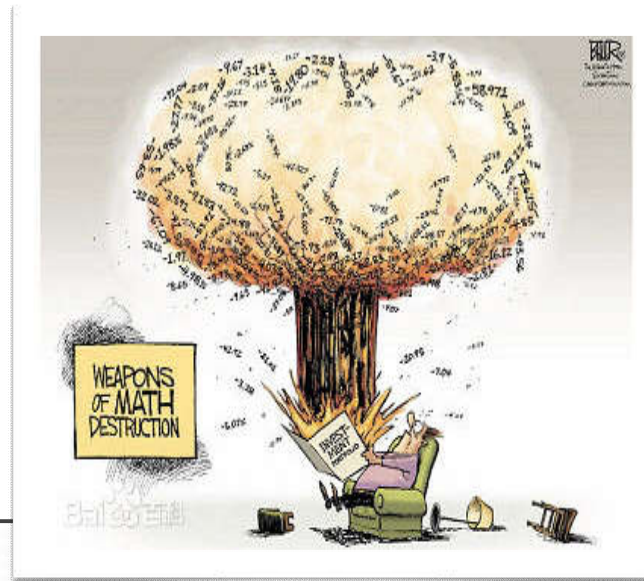
**“要给所有不自己理发的人理发，
不给所有自己理发的人理发”**

问题: **“谁为理发师自己理发?”**





“一个科学家不会碰到比这更难堪的事了，即在工作完成的时候它的基础突然坍塌，当这部著作只等付印的时候，罗素先生的一封信就是我处于这种境地”

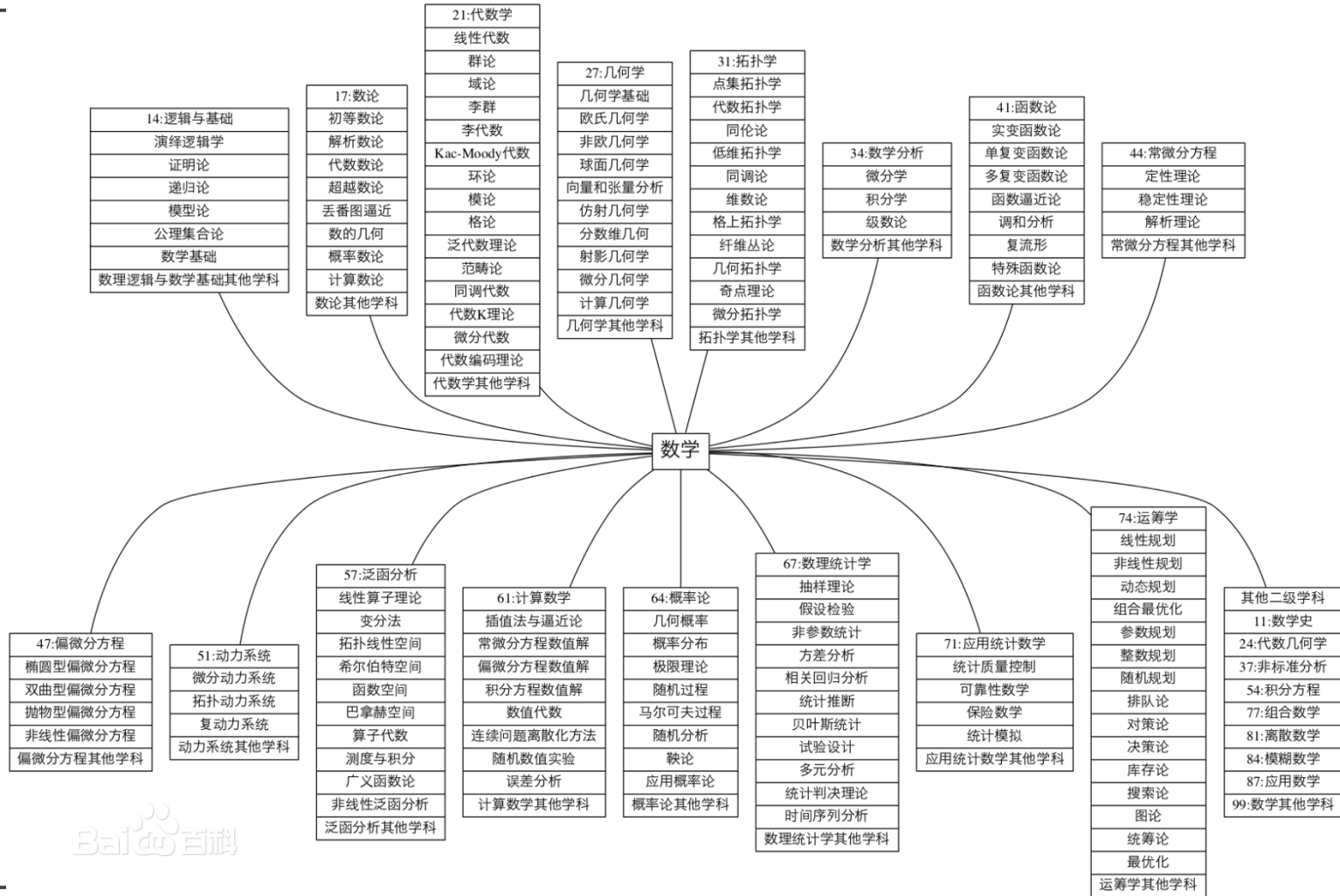




哥德尔第一定理：

任何包含自然数系的公设体系，
其中的命题要么不相容要么不
完备

现代数学



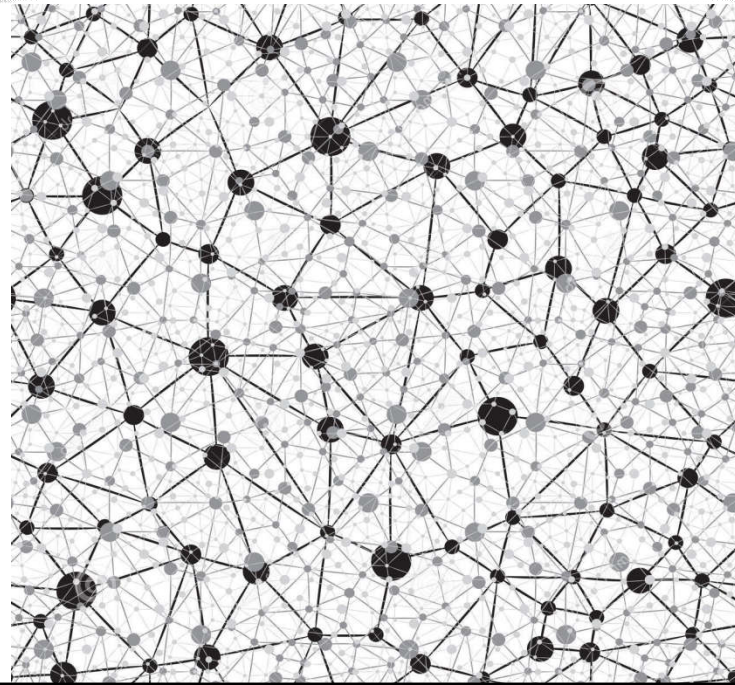
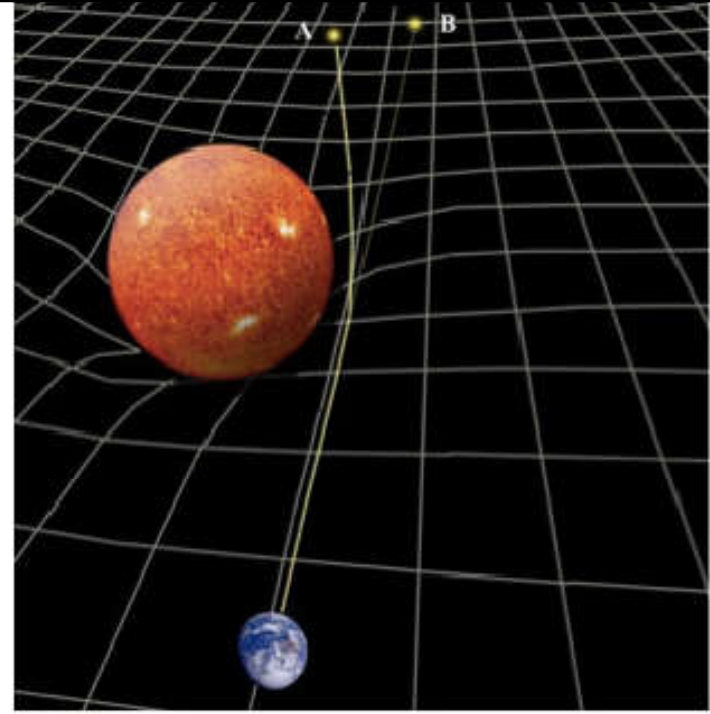
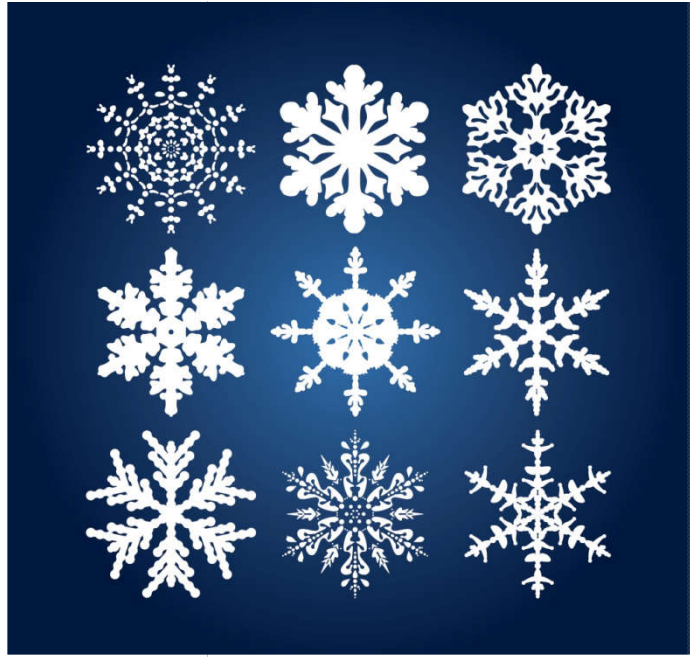
数学是人类在追求智慧是建立的一个相容但不完整的公理体系，其通过简介的语言与逻辑的严密，可以用来构建自然界的各种结构，并得到直觉所不能处理的结论。

- 代数结构
- 几何结构
- 分析结构



布尔巴基

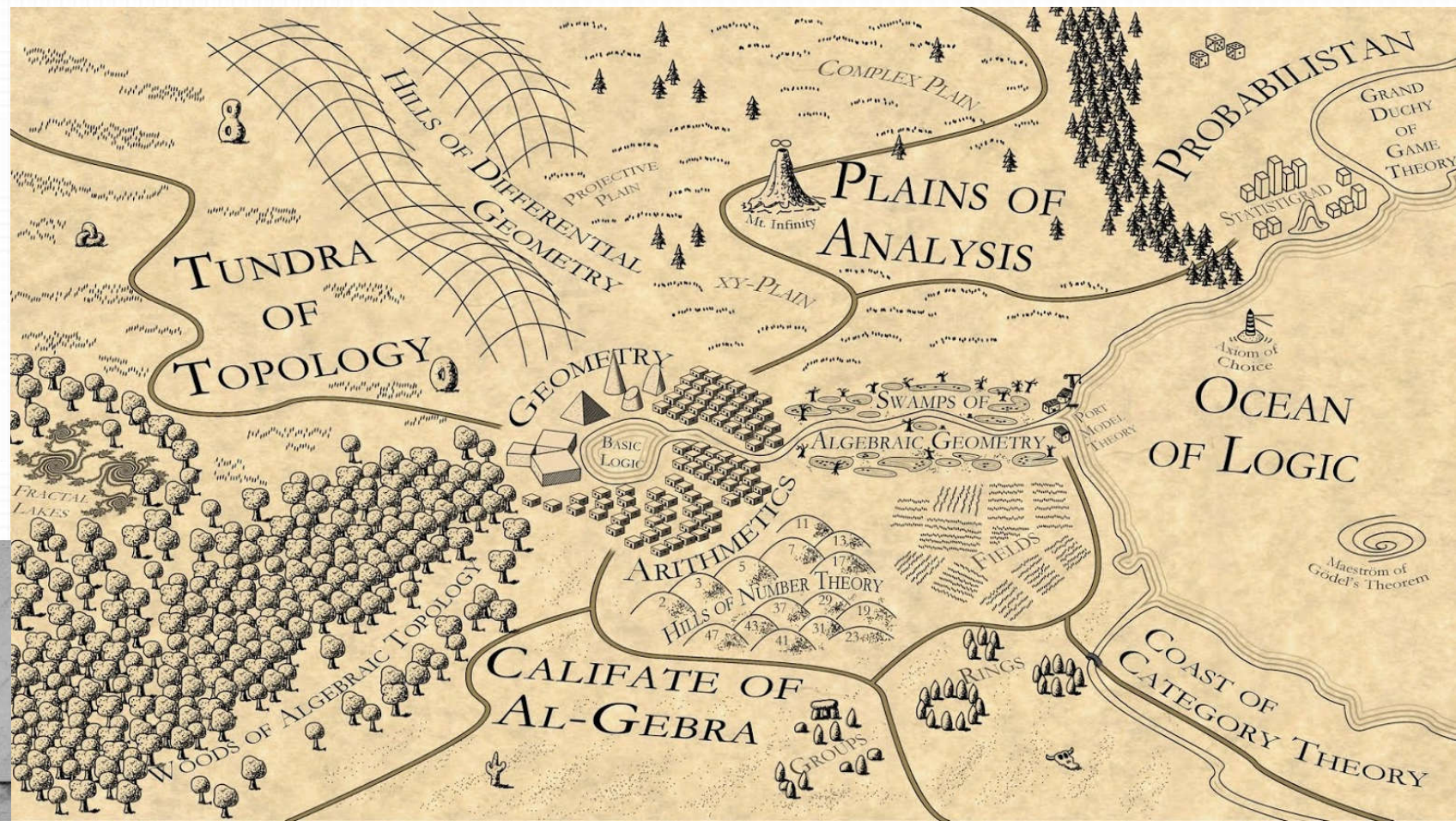




2 为什么要学数学？

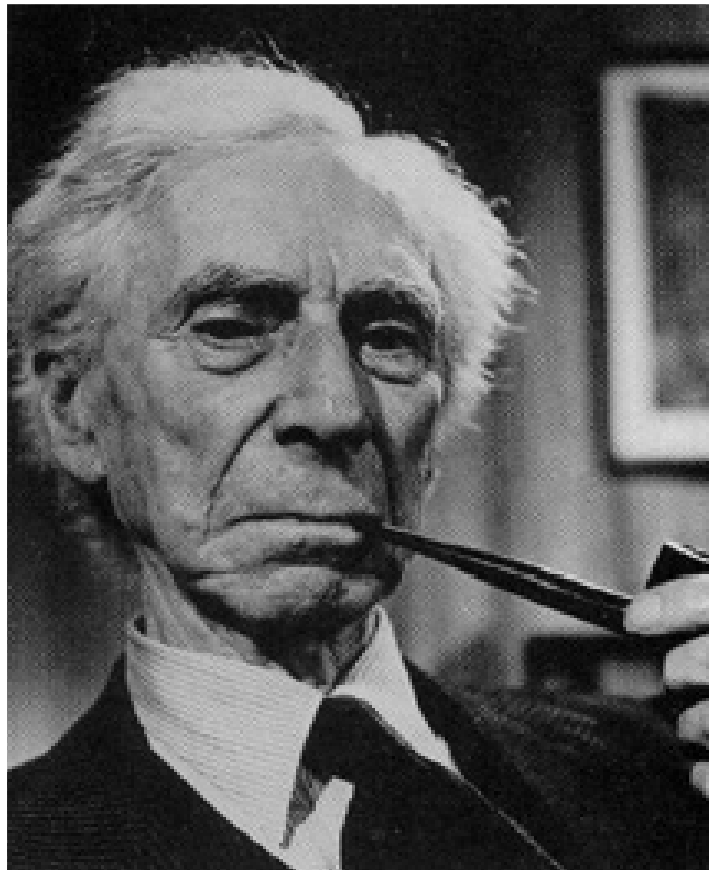
数学是人类在追求智慧时，建立的一个相容但不完整的公理体系，它通过简介的语言与逻辑的严密，可以用来构建自然界的各种结构，发现人类直观所无法触及的规律。

- 代数结构
- 几何结构
- 分析结构



布尔巴基学派

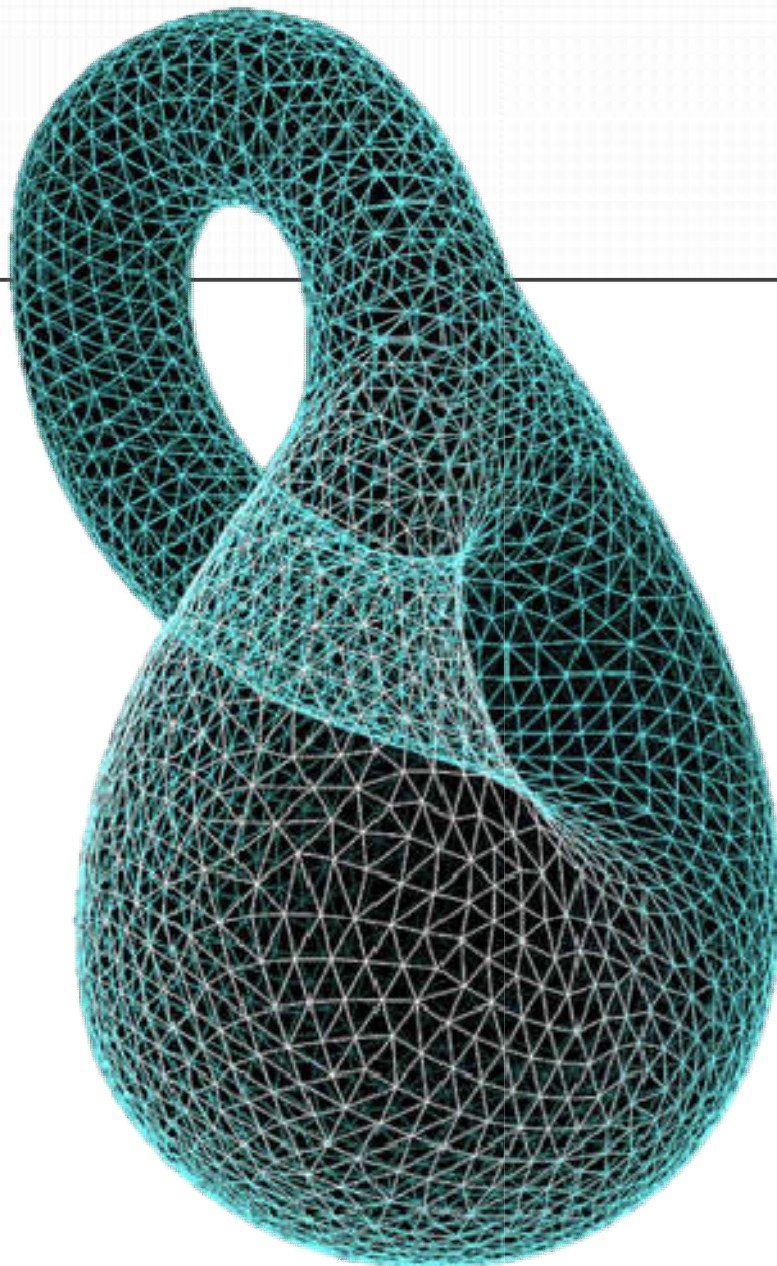
理由一：数学之美



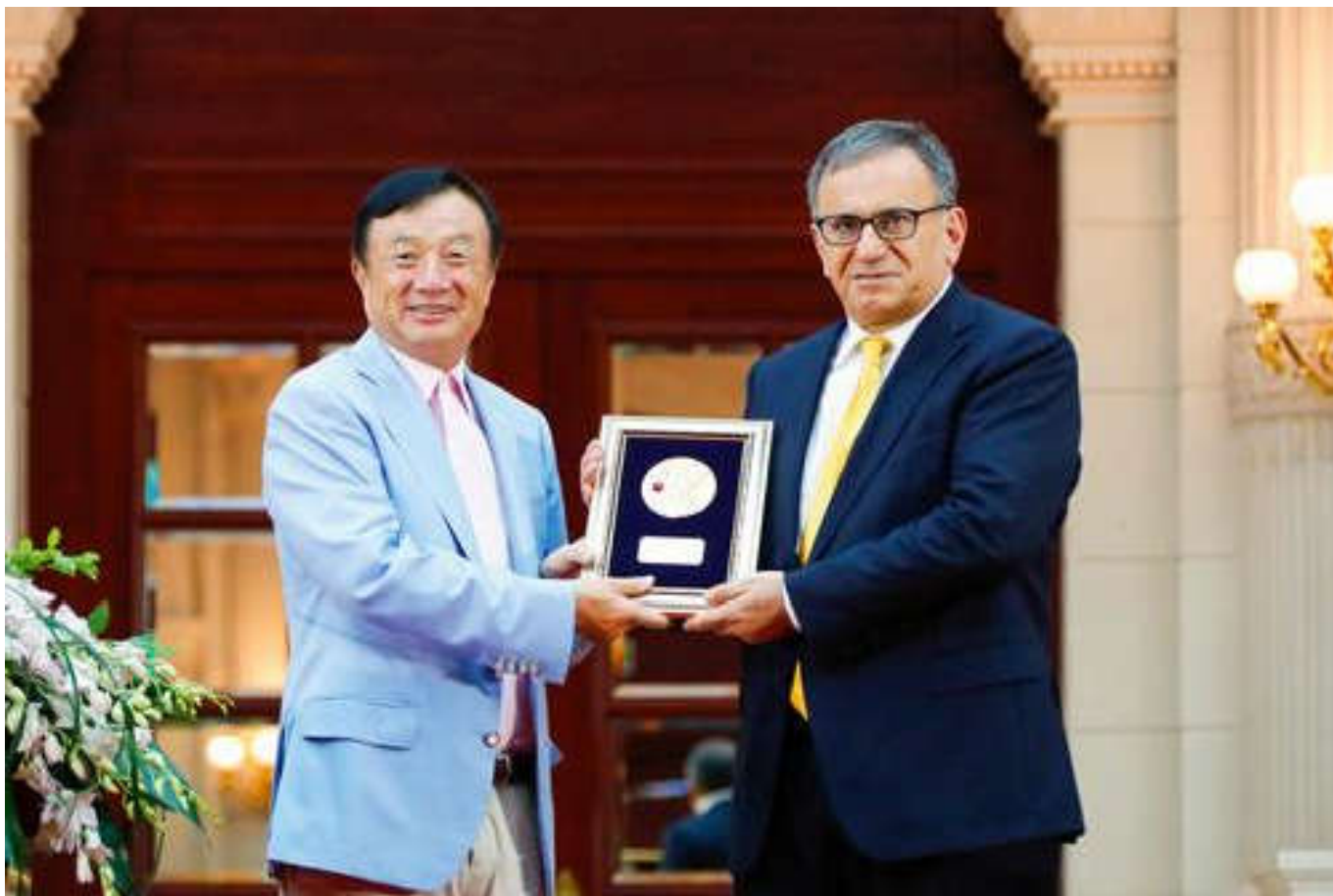
数学，如果正确地看它，
不但拥有真理，
而且也具有至高的美，
正象雕刻的美，
是一种冷而严肃的美，
这种美不是投合我们天性的微弱的方面，
这种美没有绘画或音乐的那些华丽的装饰，
它可以纯净到崇高的地步，
能够达到严格的只有最伟大的艺术才能显示的那种完
满的境地。

---罗素

克莱因瓶



理由二：数学有用



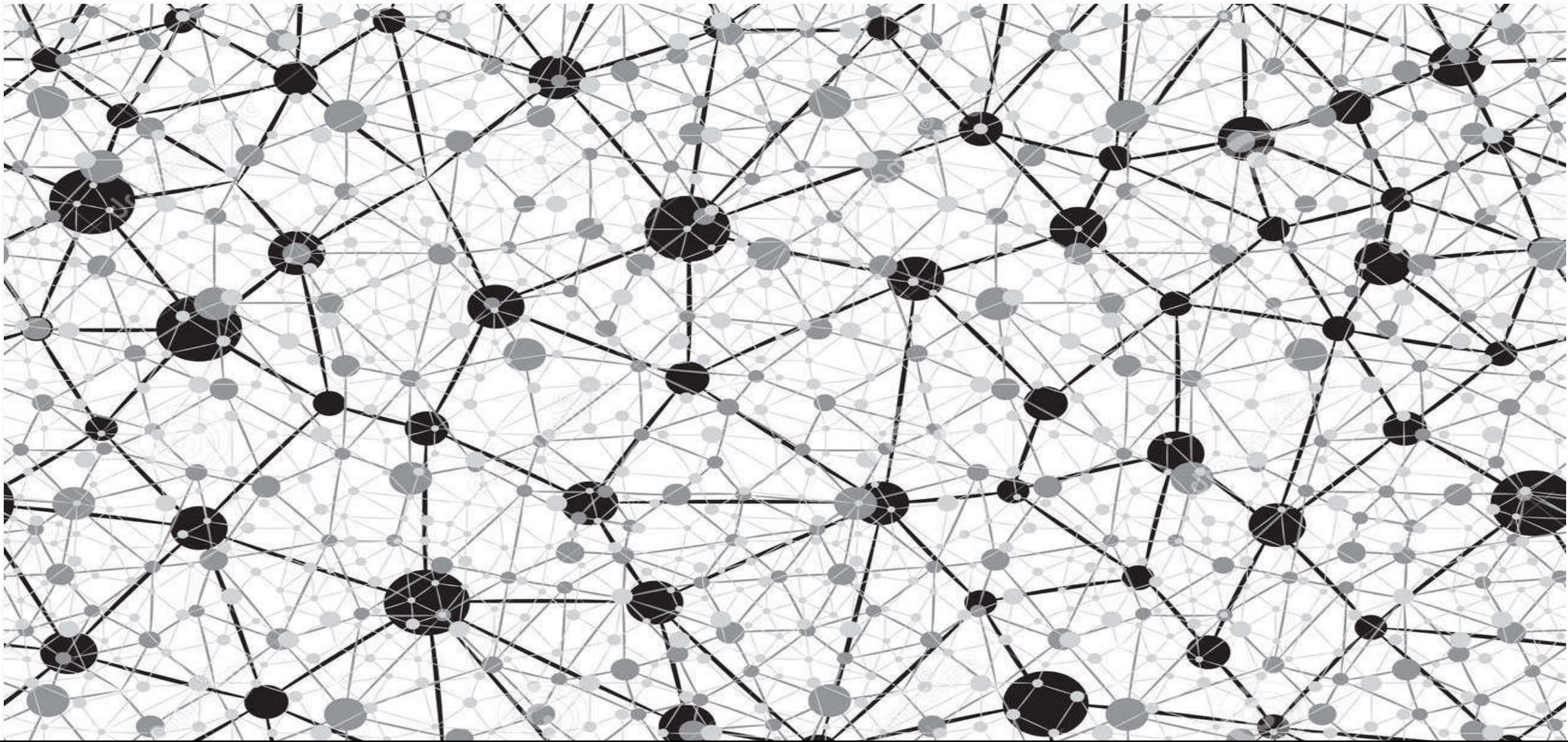
土耳其数学家阿勒坎教授

5G极化码之父

神经网络



LOGO

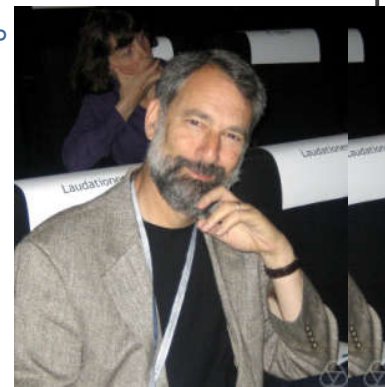


理由三：数学好玩



思考数学就如同与魔鬼下棋，
魔鬼远比你擅长下棋，
但你想悔几步棋就能悔几步，
而魔鬼不能
当你下第一局时，魔鬼理所当然地碾压了你。
于是你悔了几步棋，试着换种下法，
它又用差不多的方式碾碎了你。
如果你足够“狡猾”，
你最终能找到一招，迫使魔鬼改变对策。
你找到了击败他的第一条线索”

费弗曼



爱丽丝漫游仙境



3 课程设置

成绩比例

认真思考



- **平时 (30%): 作业+考勤**
- **期末(70%)**



教学安排

认真思考



- **弱化数学公式推导，强化数学思想解释，鼓励自主表达。**
- **作业：每周三交作业**
- **答疑：每周五下午+微信群（面对面建群，1234）**

